労働者の異質性がもたらす空間構造の分析

Spatial distribution pattern generated by heterogeneity of workers

岸　昭雄

修士（情報科学）　東北大学大学院情報科学研究科博士後期課程
〒980-8579　仙台市青葉区荒巻字青葉 06
TEL:022-217-7499，FAX:022-217-7500，E-mail:kishi@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では，労働者の異質性（生産能力の差異）を仮定することにより，企業および労働者の集積が引き起こされることを示す. 集積を引き起こす要因としては, 現在まで外部性や不完全競争の存在があげられている. 本研究においては，これらの外部性や不完全競争を仮定することなく，完全競争下において労働者の異質性（生産能力の差異）のみで経済集積が起こり得ることを示す．具体的には，多地域一般均衡モデルを用いて，生産能力の高い労働者が生産性の高い企業を構成し，大都市に集中して立地する一方，生産能力の低い労働者が生産性の低い企業を構成し，周辺都市に立地するという経済集積パターンの成立を示す.

Keywords: Labor heterogeneity, Agglomeration, Spatial distribution

1. はじめに

産業や人口の立地がごく一部の地域において集中的に発生する現象（経済集積）は，最近の空間経済学において注目されている研究対象である．1990 年代より発展してきた新しい空間経済学（New Economic Geography, New Spatial Economics）は，実際の経済で観察されるこうした経済集積パターンの理論的側面を解明する研究分野であり，多くの理論研究が行われている．

都市の成立（経済集積）は，集積の経済等の外部性や規模の経済，輸送費用，不完全競争市場，財の多様性，そして消費者の多様性の存在といった要因により理論的に説明される．企業の集積の経済を仮定した Michel, Perrot, and Thisse[1]，独占的競争市場と iceberg 型輸送費用を仮定した Krugman[2] 等はその例である．

一方，実際の経済集積パターンを観察してみると，多くの産業においては，数個の生産性の高い大企業が東京等の大都市に立地し，多くの生産性の低い中小企業が地方に立地するという構造を持っている．また，大学卒業者等の生産能力の高い労働者は大都市の大企業に就職し，生産能力の低い労働者は地方の中小企業に就職するという現状もある．このような集積現象は主に財の輸送費用が十分に大きい産業（建設業，銀行・証券，不動産，教育サービス等）において観察されている．本研究は，集積の経済等の外部性や不完全競争ではなく，労働者の異質性（生産能力の差異）のみに着目し，この労働者の異質性がこのような実際の典型的な経済集積パターンを引き起こす要因になり得るかの分析を行うことを目的とする．

経済集積を引き起こす要因としての労働者（消費者）の異質性は，以下の 3 つに大別される．第 1 は，労働者の効用関数の差異，つまり選好の異質性である(Hendrikse[3] 等)．第 2 は，労働者の職業適性としての異質性である(Kim[4]，Abdel-Rahman and Wang[5]，菊地[6] 等)．ここでの職業適性とは，各労働者がその就業分野によってそれぞれ異なる生産能力を有するという意味である．そして第 3 は，労働者の生産能力の差異である．本研究では，第 3 の異質性である，労働者の生産能力の差異による経済集積を分析対象とする．

第 3 の異質性，つまり生産能力の差異を導入している関連論文の多くは，労働者を生産能力の高い労働者と生産能力の低い労働者の 2 種類に分け，それぞれの労働者が別の産業に従事するとあらかじめ仮定してい

る（Krugman[2)]，Mori and Turrini[7)] 等）．一方，Mori and Turrini[7)] は，所得水準の高い大都市においては教育水準の高い（生産能力の高い）労働者の居住比率が高く，所得水準の地方都市においては教育水準の低い（生産能力の低い）労働者の居住比率が高い傾向にあることを実証データとして示している．この現状を踏まえて，多くの論文においては，生産能力の高い労働者は地域間を自由に移動可能であるものの，生産能力の低い労働者は地域間を移動不可能と仮定している．しかしながら実際は，ある一つの産業内においても生産能力の高い労働者と生産能力の低い労働者が混在している．労働者の移動に関しても，実際には生産能力の低い労働者も地域間を移動可能であり，統計的には多くの人口が移動している．したがって，生産能力の低い労働者が地域間を移動不可能と仮定するのは適切ではないと考えられる．

そこで本研究では，労働者を 2 種類に分け，企業の生産関数において生産能力の高い労働者の投入量に関する収穫逓増を仮定することにより，労働者の生産能力の差異を表す．また，全ての労働者は地域間を自由に移動可能であると仮定する．それに加えて，消費者の混雑外部性，企業の固定費用，多数の財・地域を考慮することにより，1 つの都市に生産能力の高い労働者が集中して立地し，他の地域に生産能力の低い労働者が分散して立地するという，実際の経済で観察されている集積パターンに対応した均衡の存在を示す．

はじめに 2 章において，本研究で使用する多地域一般均衡モデルを構築する．3 章において，実際の集積パターンに対応した均衡解を仮定し，その立地に関する安定性を示す．そして 4 章において，数値シミュレーションにより均衡解およびその立地に関する安定性条件を分析する．最後に，5 章において本研究のまとめおよび今後の展望を示す．

2. 多地域一般均衡モデル

労働者（消費者）および企業の 2 主体からなる多地域一般均衡モデルを構築する．ただし，労働者は生産能力の高い労働者（労働者 h ）および生産能力の低い労働者（労働者 l ）の 2 種類を仮定し，M 個の財，I 個の地域を仮定する．また，地域間の交易はないものと仮定する．この仮定は，対象とする財の輸送費用が十分に高い場合に対応している．

2.1 労働者（消費者）の行動

消費者は，生産能力の高い労働者（労働者 h ）および生産能力の低い労働者（労働者 l ）の 2 種類がいると仮定する．それぞれの労働者は，その種類（ h,l ）によらず以下に示す同一のコブダグラス型効用関数を持ち，効用最大化行動を行う．ただし，添え字 s は労働者の生産能力（ $s=h,l$ ）を，m は財の種類（ $m=1,2,\cdots,M$ ）を，i は地域（ $i=1,2,\cdots,I$ ）をそれぞれ表す．また，各地域には人口に対する外部性（混雑） $E\left(N^i\right)$ が存在するものと仮定し，$E\left(N^i\right)$ は人口に対する単調減少関数とする．また，$E\left(N^i\right)$ は各地域において共通であるものとする．すなわち，各地域は同質であるものとする．なおこの外部性は，地域の土地供給面積が固定のもとで，効用関数に外部性ではなく宅地面積を考慮したものと解釈することも可能である（**付録** A 参照）．

$$V_s^i = \max_{x_{sm}^i} u = \max_{x_{sm}^i} \left[\prod_m \left(x_{sm}^i \right)^{\eta_m} + E\left(N^i\right) \right] \tag{2.1a}$$

$$s.t. \quad \sum_m p_m^i x_{sm}^i = w_s^i \tag{2.1b}$$

ただし， p ：財の価格， x ：財の消費量， w ：賃金率， N^i ：総人口， η ：パラメータ$\left(\sum_m \eta_m = 1\right)$

2.2　企業の行動

すべての企業は同一の生産関数を持ち，以下に示される利潤最大化行動をとる．ただし，企業は財 1 を固定費用として用いるものとする．財 1 をニューメレールとし，価格を 1 とする．生産能力の高い労働者は，同一の企業内で生産を行うことで知識の共有や研究開発などを産み出し，結果として企業の生産性の向上に寄与するものと考えられる．この効果を表す企業の生産関数として，(2.2b)式に示すように労働者hの投入量に関する収穫逓増（$\alpha > 1$）を仮定する．一方，総労働投入量に関しては収穫逓減（$0 < \gamma < 1$，$0 < \alpha\gamma < 1$）を仮定する．

$$\max_{L_{hm}^i, L_{lm}^i} \pi_m^i = \max_{L_{hm}^i, L_{lm}^i} \left[p_m^i X\left(L_{hm}^i, L_{lm}^i\right) - w_{hm}^i L_{hm}^i - w_{lm}^i L_{lm}^i - K \right] \tag{2.2a}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & X\left(L_{hm}^i, L_{lm}^i\right) = A\left[\left(L_{hm}^i\right)^{\alpha} + L_{lm}^i\right]^{\gamma} \\ & L_{hm}^i \geq 0, \quad L_{lm}^i \geq 0 \end{aligned} \tag{2.2b}$$

ただし，π ：企業の利潤関数，X ：企業の利潤関数，L_h ：労働者hの投入量，L_l ：労働者lの投入量，w_h, w_l ：労働者h，lの賃金率，K ：企業の固定費用，A, α, γ ：パラメータ（$\alpha > 1$，$0 < \gamma < 1$，$0 < \alpha\gamma < 1$）

2.3　市場均衡条件および定義式

各財における市場均衡条件および定義式を以下に示す．

$$N_h^i x_{h1}^i + N_l^i x_{l1}^i + \sum_m \left(k_{hm}^i + k_{lm}^i\right) K = k_{h1}^i X_{h1}^i + k_{l1}^i X_{l1}^i \tag{2.3a}$$

$$N_h^i x_{hm}^i + N_l^i x_{lm}^i = k_{hm}^i X_{hm}^i + k_{lm}^i X_{lm}^i \quad \left(m = 2, 3, \cdots, M\right) \tag{2.3b}$$

$$k_{hm}^i L_{hm}^i = N_{hm}^i \tag{2.3c}$$

$$k_{lm}^i L_{lm}^i = N_{lm}^i \tag{2.3d}$$

$$\sum_i \sum_m N_{hm}^i = N_h \tag{2.3e}$$

$$\sum_i \sum_m N_{lm}^i = N_l \tag{2.3f}$$

$$V_s^1 = V_s^2 = \cdots = V_s^I \quad \left(if \quad N_s^i \neq 0\right) \tag{2.3g}$$

ただし，k ：企業数

3. 各種関数の導出および均衡解の立地に関する安定性

前章のモデルをもとに各種関数を導出する．本モデルの均衡解を内生的に決定するのは困難であるため，本研究においては均衡解を仮定した上で，その均衡解の立地に関する安定性を確認する．

3.1 均衡解の仮定

実際に観察される経済集積パターンとして，「数個の生産性の高い大企業が東京等の大都市に立地し，多くの生産性の低い中小企業が地方に立地する」，「生産能力の高い労働者は大都市の大企業に就職し，生産能力の低い労働者は地方の中小企業に就職する」という集積パターンがある．この集積パターンに対応して，本研究においては，「労働者hのみを雇う企業（企業h）および労働者lのみを雇う企業（企業l）の 2 種類の企業のみが存在」，「全ての企業hは地域 1 に立地し，全ての企業lはその他の地域に立地する」という均衡を仮定する．

3.2 各種関数の導出

(2.1a), (2.1b)式に示される労働者の効用最大化問題を解けば，労働者の各財に対する需要関数は以下のように表される．

$$x_{sm}^{i} = \frac{\eta_m}{p_m^i} w_s^i \tag{3.1a}$$

また，この時の労働者の間接効用関数は以下のように表される．

$$V_s^i = \left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m} \right) w_s^i + E\left(N_s^i\right) \tag{3.1b}$$

一方, (2.2a), (2.2b)式に示されるこの企業の利潤最大化問題の Kuhn-Tucker 条件は以下のように表される．ただし企業数は十分に大きいものと仮定し，企業は労働者の賃金率を与件として行動するものとする（完全競争市場を仮定）．

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \pi_m^i}{\partial L_{hm}^i} = p_m^i A\alpha\gamma \left[\left(L_{hm}^i\right)^{\alpha} + L_{lm}^i \right]^{\gamma-1} \left(L_{hm}^i\right)^{\alpha-1} - w_{hm}^i = g_h^i \\ \dfrac{\partial \pi_m^i}{\partial L_{lm}^i} = p_m^i A\gamma \left[\left(L_{hm}^i\right)^{\alpha} + L_{lm}^i \right]^{\gamma-1} - w_{lm}^i = g_l^i \\ g_h^i \le 0, \quad g_h^i L_{hm}^i = 0 \\ g_l^i \le 0, \quad g_l^i L_{lm}^i = 0 \end{cases} \tag{3.2}$$

以下では前節で仮定した均衡解（端点解）にのみ着目する．企業hの労働需要関数は， $L_{lm}^i = 0$， $L_{hm}^i \neq 0$における Kuhn-Tucker 条件より，以下のように表される．

$$\frac{\partial \pi_m^i}{\partial L_{hm}^i} = p_m^i A\alpha\gamma \left[\left(L_{hm}^i \right)^{\alpha} \right]^{\gamma-1} \left(L_{hm}^i \right)^{\alpha-1} - w_{hm}^i = 0 \quad \Rightarrow \quad L_{hm}^i = \left(\frac{w_{hm}^i}{p_m^i A\alpha\gamma} \right)^{\frac{1}{\alpha\gamma-1}} \tag{3.3a}$$

同様に，企業lの労働需要関数は，$L_{lm}^i \neq 0$，$L_{hm}^i = 0$における Kuhn-Tucker 条件より以下のように表される．

$$\frac{\partial \pi_m^i}{\partial L_{lm}^i} = p_m^i A\gamma \left(L_{lm}^i \right)^{\gamma-1} - w_{lm}^i = 0 \quad \Rightarrow \quad L_{lm}^i = \left(\frac{w_{lm}^i}{p_m^i A\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \tag{3.3b}$$

労働需要関数(3.3a)，(3.3b)および労働市場均衡条件式(2.3c)，(2.3d)より，各労働者の賃金率は以下のように表される．

$$L_{hm}^i = \frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} = \left(\frac{w_{hm}^i}{p_m^i A\alpha\gamma} \right)^{\frac{1}{\alpha\gamma-1}} \quad \Rightarrow \quad w_{hm}^i = p_m^i A\alpha\gamma \left(\frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} \right)^{\alpha\gamma-1} \tag{3.4a}$$

$$L_{lm}^i = \frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} = \left(\frac{w_{lm}^i}{p_m^i A\gamma} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad \Rightarrow \quad w_{lm}^i = p_m^i A\gamma \left(\frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} \right)^{\gamma-1} \tag{3.4b}$$

このとき，企業h，lの利潤関数はそれぞれ以下のように表される．

$$\begin{aligned} \pi_{hm}^i &= p_m^i A \left(\frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} \right)^{\alpha\gamma} - \left[p_m^i A\alpha\gamma \left(\frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} \right)^{\alpha\gamma-1} \right] \left(\frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} \right) - K \\ &= p_m^i A (1-\alpha\gamma) \left(\frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} \right)^{\alpha\gamma} - K \end{aligned} \tag{3.5a}$$

$$\begin{aligned} \pi_{lm}^i &= p_m^i A \left(\frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} \right)^{\gamma} - \left[p_m^i A\gamma \left(\frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} \right)^{\gamma-1} \right] \left(\frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} \right) - K \\ &= p_m^i A (1-\gamma) \left(\frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} \right)^{\gamma} - K \end{aligned} \tag{3.5b}$$

企業h，lの利潤がゼロになるまで同産業の企業が参入すると仮定する．このとき，利潤ゼロの条件より，各企業の労働投入量および企業数は以下のように表される．

$$\pi_{hm}^i = p_m^i A (1-\alpha\gamma) \left(\frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} \right)^{\alpha\gamma} - K = 0$$

$$\Rightarrow \quad L_{hm}^i = \frac{N_{hm}^i}{k_{hm}^i} = \left(\frac{K}{p_m^i A (1-\alpha\gamma)} \right)^{\frac{1}{\alpha\gamma}} \tag{3.6a}$$

$$\Rightarrow \quad k_{hm}^{i} = \left(\frac{K}{p_m^i A(1-\alpha\gamma)} \right)^{-\frac{1}{\alpha\gamma}} N_{hm}^{i} \tag{3.6b}$$

$$\pi_{lm}^{i} = p_m^i A(1-\gamma) \left(\frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} \right)^{\gamma} - K = 0$$

$$\Rightarrow \quad L_{lm}^{i} = \frac{N_{lm}^i}{k_{lm}^i} = \left(\frac{K}{p_m^i A(1-\gamma)} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \tag{3.7a}$$

$$\Rightarrow \quad k_{lm}^{i} = \left(\frac{K}{p_m^i A(1-\gamma)} \right)^{-\frac{1}{\gamma}} N_{lm}^{i} \tag{3.7b}$$

また，このときの均衡賃金，企業の生産量はそれぞれ以下のように表される．

$$w_{hm}^{i} = p_m^i A\alpha\gamma \left(\frac{K}{p_m^i A(1-\alpha\gamma)} \right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} \tag{3.8a}$$

$$w_{lm}^{i} = p_m^i A\gamma \left(\frac{K}{p_m^i A(1-\gamma)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{3.8b}$$

$$X_{hm}^{i} = A\left(L_{hm}^{i}\right)^{\alpha\gamma} = \frac{K}{p_m^i A(1-\alpha\gamma)} \tag{3.9a}$$

$$X_{lm}^{i} = A\left(L_{lm}^{i}\right)^{\gamma} = \frac{K}{p_m^i A(1-\gamma)} \tag{3.9b}$$

立地均衡として，全ての企業hが地域 1 に立地し，全ての企業lが地域 1 以外の地域に立地している状態を考える. 同一地域内において生産能力の同じ労働者の効用水準は等しくなると仮定すれば, 賃金率は一定, すなわち $w_{s1}^{i} = w_{s2}^{i} = \cdots = w_{sM}^{i} = w_{s}^{i}$ となる．さらにこの時，企業の生産関数は産業によらず等しいと仮定しているため， $p_1^i = p_2^i = \cdots = p_M^i = 1$が成立する．つまり，地域内の財の価格は全て等しくなる．

財の市場均衡条件式(2.3a)，(2.3b)に地域 1 における消費者の需要量，企業数，企業の生産量を代入して整理すれば以下の関係式が得られる．

$$N_h x_{h1}^{1} + \sum_m k_{hm}^{1} K = k_{h1}^{1} X_{h1}^{1}$$

$$N_h \left[\eta_1 A\gamma \left(\frac{K}{A(1-\gamma)} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \sum_m \left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)} \right)^{-\frac{1}{\alpha\gamma}} N_{lm}^{1} \right] K = \left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)} \right)^{-\frac{1}{\alpha\gamma}} N_{h1}^{1} \right] \left(\frac{K}{(1-\alpha\gamma)} \right)$$

$$\Rightarrow N_{h1} = \left[\alpha\gamma\left(\eta_1 - 1\right) + 1\right] N_h \tag{3.10a}$$

$$N_h x_{hm}^1 = k_{hm}^1 X_{hm}^1$$

$$N_h \left[\eta_m A\alpha\gamma \left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}}\right] = \left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\alpha\gamma}} N_{hm}^1\right]\left(\frac{K}{(1-\alpha\gamma)}\right)$$

$$\Rightarrow N_{hm} = \alpha\gamma\eta_m N_h \tag{3.10b}$$

同様に，財の市場均衡条件式(2.3a)，(2.3b)に地域iにおける消費者の需要量，企業数，企業の生産量を代入して整理すれば以下の関係式が得られる．

$$N_h x_{h1}^1 + \sum_m k_{hm}^1 K = k_{h1}^1 X_{h1}^1$$

$$N_h \left[\eta_1 A\gamma \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] + \sum_m \left[\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} N_{lm}^1\right] K = \left[\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} N_{l1}^1\right]\left(\frac{K}{(1-\gamma)}\right)$$

$$\Rightarrow N_{l1}^i = \left[\gamma\left(\eta_1 - 1\right) + 1\right] N_l^i \tag{3.11a}$$

$$N_l^i x_{lm}^i = k_{lm}^i X_{lm}^i$$

$$N_l^i \left[\eta_m A\gamma \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] = \left[\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\gamma}} N_{lm}^i\right]\left(\frac{K}{(1-\gamma)}\right)$$

$$\Rightarrow N_{lm}^i = \gamma\eta_m N_l^i \tag{3.11b}$$

一方，地域間においても生産能力の同じ労働者間の効用が等しくなると仮定すれば，地域iにおける労働者lの効用は，その地域に労働者lが居住している限りどの地域においても等しくなる．本研究では，簡略化のために$i = 2, 3, \cdots I$ の全ての地域に労働者lが居住していると仮定する．このとき，以下の関係式が成り立つ．

$$N_l^i = \frac{1}{I-1} N_l \tag{3.12}$$

(3.12)式は，すべての地域i（$i \neq 1$）が全く対称な地域となることを表している．以上より，地域 1 に企業hが立地し，それ以外の地域iに企業lが立地する際の均衡解は以下のように表される．

【地域 1】

$$L_{hm}^{1}=\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{1}{\alpha\gamma}} \tag{3.13a}$$

$$k_{h1}^{1}=\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\alpha\gamma}}\left[\alpha\gamma\left(\eta_{1}-1\right)+1\right]N_{h} \tag{3.13b}$$

$$k_{hm}^{1}=\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\alpha\gamma}}\alpha\gamma\eta_{m}N_{h}\quad\left(m=2,3,\cdots,M\right) \tag{3.13c}$$

$$w_{hm}^{1}=A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} \tag{3.13d}$$

$$X_{hm}^{1}=\frac{K}{1-\alpha\gamma} \tag{3.13e}$$

$$x_{hm}^{1}=\eta_{m}A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} \tag{3.13f}$$

$$V_{h}^{1}=\left(\prod_{m}\eta_{m}^{\ \eta_{m}}\right)A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}}+E\left(N_{h}\right) \tag{3.13g}$$

【地域 i】

$$L_{lm}^{i}=\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \tag{3.14a}$$

$$k_{h1}^{i}=\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\left[\gamma\left(\eta_{1}-1\right)+1\right]\left[\frac{1}{I-1}N_{l}\right] \tag{3.14b}$$

$$k_{lm}^{i}=\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{-\frac{1}{\gamma}}\gamma\eta_{m}\left[\frac{1}{I-1}N_{l}\right]\quad\left(m=2,3,\cdots,M\right) \tag{3.14c}$$

$$w_{lm}^{i}=A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{3.14d}$$

$$X_{lm}^{i}=\frac{K}{1-\gamma} \tag{3.14e}$$

$$x_{lm}^{i}=\eta_m A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \tag{3.14f}$$

$$V_l^{i}=\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}+E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) \tag{3.14g}$$

以上で示した均衡は，労働者hのみを雇う企業hが全て地域 1 に立地し，労働者lのみを雇う企業lが地域i（$i=2,3,\cdots,I$）に均等に立地する立地均衡を表す．これは，実際に観察されている集積現象，つまり，大学卒業者等の生産能力の高い労働者（労働者h）が生産性の高い大企業（企業h）に就職し，かつその企業が大都市（地域 1）に集中して立地する一方，生産能力の低い労働者（労働者l）が生産性の低い中小企業（企業l）に就職し，かつその企業が地方（地域i）に立地するという現状に対応しているといえる．

3.3　均衡解の立地に関する安定性

本モデルにおける主体は労働者および企業である．これらの主体すべてが個別に立地を変えるインセンティブがないとき，前節で示した均衡解は立地に関して安定であるといえる．本節では，この均衡解が立地に関して安定であるための条件を求める．

3.3.1　労働者の立地に関する安定性

労働者の立地に関する安定性を確認するためには，地域 1 の労働者hが地域iに移住し企業lで働く際，労働者hの効用水準および企業lの利潤がともに増加するような賃金率が存在しないとき，労働者hは安定であるといえる．また，地域iの労働者lが地域 1 に移住し企業hで働く際，労働者lの効用水準および企業hの利潤がともに増加するような賃金率が存在しないとき，労働者lは安定であるといえる．労働者h，労働者lについて個別にその条件を示す．

【労働者h】

地域iにおいて，企業lが労働者hを追加的に雇う場合の利潤の変化分は以下のように表される．

$$\frac{d\pi_l^i}{dL_h}=A\alpha\gamma\left(L_{lm}^i\right)^{\gamma-1}-w_h^i=A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-w_h^i \tag{3.15}$$

企業lが労働者hに最大支払い可能な賃金率は，$\frac{d\pi_l^i}{dL_h}=0$より$w_h^i=A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$となる．一方，労働者$h$の移住による効用の変化分は，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Delta V_h=V_h^i-V_h^1&=\left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)w_h^i+E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right]-\left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)w_h^1+E\left(N_h\right)\right]\\&=\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)\left(w_h^i-w_h^1\right)+E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E\left(N_h\right)\end{aligned} \tag{3.16}$$

労働者hが最低受容可能な賃金率は，$\Delta V_h = 0$ より，$w_h^i = w_h^1 - \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E(N_h)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}$ となる．よって，$A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} < w_h^1 - \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E(N_h)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}$ のとき，労働者hは安定である．この条件を整理すれば以下のように表される．

$$\frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E(N_h)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}} < A\alpha\gamma\left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} - \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \tag{3.17}$$

したがって，地域iと地域 1 の混雑の差$E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E(N_h)$が，労働者の賃金の差に比べて十分に小さければ，労働者hは安定である．

【労働者l】

地域 1 において，企業hが労働者lを追加的に雇う場合の利潤の変化分は以下のように表される．

$$\frac{d\pi_h^i}{dL_l} = A\gamma\left(L_{hm}^1\right)^{\alpha\gamma-\alpha} - w_l^1 = A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - w_l^1 \tag{3.18}$$

企業hが労働者lに最大支払い可能な賃金率は，$\frac{d\pi_h^i}{dL_l} = 0$ より $w_l^1 = A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ となる．一方，労働者lの移住による効用の変化分は，以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Delta V_l = V_l^1 - V_l^i &= \left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)w_l^1 + E(N_h)\right] - \left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)w_l^i + E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right] \\ &= \left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)\left(w_l^1 - w_l^i\right) + E(N_h) - E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\end{aligned} \tag{3.19}$$

労働者lが最低受容可能な賃金率は，$\Delta V_l = 0$ より，$w_l^1 = w_l^i + \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E(N_h)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}$ となる．よって，$A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} < w_l^i + \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E(N_h)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}$ のとき，労働者lは安定である．この条件を整理すれば以

下のように表される．

$$\frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}} > A\gamma\left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \tag{3.20}$$

となる．したがって，混雑の増加分が賃金率の増加分に比べて十分に大きければ，労働者lは安定となる．

以上の検討により，労働者h，lが共に安定である条件は，以下のように表される．

$$A\gamma\left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}-\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] < \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}} < A\alpha\gamma\left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}}-\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \tag{3.21}$$

以上の分析の結果，地域iと地域 1 の混雑の差$E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E\left(N_h\right)$が労働者の賃金の差に比べて十分に小さければ，労働者hは安定であり，労働者lは常に安定であることが示された．なお本節では，企業が労働者を追加的に雇う場合の利潤の変化分により労働者の安定性を示した．これは，より一般的な企業行動である，労働者を入替する場合（労働者lを解雇し労働者hを雇用する，またはその逆）にも対応している（**付録** B 参照）．ただし，大幅な労働者の入替が可能な場合には対応していない．しかしながら，現実には労働組合の存在や雇用の不確実性などにより，企業が大幅に人員を入替することは難しいと考えられる．そのような状況を仮定すれば，本節の条件が立地に関する安定性の条件を示す．

3.3.2 企業の立地に関する安定性

企業の立地に関する安定性を確認するためには，地域 1 の企業hが地域iに移転する際，既に雇っている労働者hの効用水準を移転前の水準に保ちつつ正の利潤を上げることができないとき，企業hは安定であるといえる．また，地域iの企業lが地域 1 に移転する際，既に雇っている労働者lの効用水準を移転前の水準に保ちつつ正の利潤を上げることができないとき，企業lは安定であるといえる．企業h，企業lについて，(a)企業が分割不可能な場合，(b)企業が分割可能な場合に分け，個別にその条件を示す．

【企業h】

企業hが地域 1 から地域iに移転する際，労働者hの効用の変化分は以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Delta V_h = V_h^i - V_h^1 &= \left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)w_h^i + E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right]-\left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)w_h^1 + E\left(N_h\right)\right]\\ &=\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)\left(w_h^i - w_h^1\right)+E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E\left(N_h\right)\end{aligned} \tag{3.22}$$

したがって，労働者hの効用水準を一定に保つ賃金率は，$\Delta V_h = 0$より，$w_h^i = w_h^1 - \dfrac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}$となる．この賃金率を与件とした上で，地域$i$において企業$h$が正の利潤をあげることができなければ，企業$h$は安定である．

(a) **企業が分割不可能な場合**

企業hが分割不可能な場合，企業は移転後も移転前と等しい労働投入を行う．また，地域iの混雑が地域 1 に比べて小さければ，労働者hに支払う賃金率は小さくなる．したがって，地域iにおける需要規模が十分に大きければ（企業hの生産量よりも大きければ），企業hは移転前の生産量（販売量）を確保できるため，賃金率の低下分だけが利潤となる．したがって，企業hは不安定になる．

地域iにおける需要規模が十分に小さい（企業hの生産量より小さい）場合を考える．このとき，上記の賃金率を与件とした上で，企業hが地域iにおいて需要を総取りするケースにおいてもなお利潤が負であれば，企業hは安定である．ここで，企業hの移転による各財の需要の増加分は無視できるとし，生産量と需要量の差分（売れ残る財の量）は埋没費用となると仮定する．以上の条件において，企業hの地域 1 から地域iへの移転による利潤の変化分は以下のように表される．

$$\begin{aligned}\Delta\pi_{hm} &= \pi_{hm}^i - \pi_{hm}^1 = \left(\eta_m w_l^i N_l^i - w_h^i L_{hm}^1 - K\right) - \left(X_{hm}^1 - w_h^1 L_{hm}^1 - K\right)\\ &= \eta_m w_l^i N_l^i - X_{hm}^1 - \left(w_h^i - w_h^1\right) L_{hm}^1\\ &= \eta_m A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - \frac{K}{1-\alpha\gamma} + \left(\frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}\right)\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{1}{\alpha\gamma}}\end{aligned} \tag{3.23}$$

ここで，第 1，2 項は，生産量と需要量の差分による埋没費用を表し，第 3 項は，賃金率の低下による利潤の増分を表す．したがって，賃金率の低下による支払い賃金の減少分に比べて，埋没費用が十分に大きければ（地域iの需要規模が十分に小さければ），$\pi_h^i < 0$となり，企業hは安定となる．

(b) **企業が分割可能な場合**

企業hが分割可能である場合，企業hは労働投入を調整することによって最適な供給量を生産することができる．この時の企業hの最適労働投入量は，$\eta_m w_l^i N_l^i = A\left(L_{hm}^i\right)^{\alpha\gamma}$より，以下のように表される．

$$L_{hm}^i = \left[\eta_m\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right]^{\frac{1}{\alpha\gamma}} \tag{3.24}$$

この時，企業hが地域 1 から地域iに移転するときの利潤の変化分は，以下のように表される．

$$
\begin{aligned}
\Delta\pi_h &= \pi_h^i - \pi_h^1 = \left(\eta_m w_l^i N_l^i - w_h^i L_{hm}^i - K\right) - \left(X_{hm}^1 - w_h^1 L_{hm}^1 - K\right) \\
&= \eta_m w_l^i N_l^i - X_{hm}^1 - w_h^i L_{hm}^i + w_h^1 L_{hm}^1 \\
&= \eta_m A\gamma \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - \frac{K}{1-\alpha\gamma} \\
&\quad - \left[A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} - \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}\right]\left[\eta_m\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right]^{\frac{1}{\alpha\gamma}} \\
&\quad + A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}}\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{1}{\alpha\gamma}}
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

ここで，第 1，2 項は，地域iと地域 1 における生産量の差，すなわち売上の減少分を表し，第 3，4 項は地域iと地域 1 における賃金率の差，すなわち支払い賃金の低下による利潤の増分を表す．したがって，支払い賃金の低下による利潤に比べて売上の減少分は十分に大きければ（地域iの需要規模が十分に小さければ)，$\pi_h^i < 0$となり，企業hは安定となる．さらに，(3.25)式を変形すれば以下のように表される．

$$
\begin{aligned}
\Delta\pi_h &= \eta_m A\gamma \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \left(\frac{1}{I-1}N_l\right) \\
&\quad - \left[A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} - \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}\right]\left[\eta_m\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right]^{\frac{1}{\alpha\gamma}} - K
\end{aligned}
\tag{3.26}
$$

(3.26)式において，第 1 項は地域iにおける生産量を，第 2 項は地域iにおける支払い賃金を，第 3 項は固定費用をそれぞれ表す．企業hは地域 1 において利潤はゼロであるため，結局利潤の変化分は地域iに移転した場合の利潤と一致する．

【企業l】

企業lが地域iから地域 1 に移転する際，労働者lの効用の変化分は，以下のように表される．

$$
\begin{aligned}
\Delta V_l = V_l^1 - V_l^i &= \left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right) w_l^1 + E\left(N_h\right)\right] - \left[\left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right) w_l^i + E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right] \\
&= \left(\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}\right)\left(w_l^1 - w_l^i\right) + E\left(N_h\right) - E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)
\end{aligned}
\tag{3.27}
$$

したがって，労働者lの効用水準を一定に保つ賃金率は，$\Delta V_l = 0$より，$w_l^1 = w_l^i + \dfrac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}$と

なる．

(a) **企業が分割不可能な場合**

企業lが分割不可能な場合，企業lは移転後も移転前と等しい労働投入を行う．地域 1 の市場規模（財の需要量）が十分に大きいと仮定すれば，企業lの移転による利潤の変化分は，以下のように表される．

$$
\begin{aligned}
d\pi_l^1 &= \left(X_{lm}^i - w_l^1 L_l^i - K\right) - \left(X_{lm}^i - w_l^i L_l^i - K\right) = \left(w_l^i - w_l^1\right) L_l^i \\
&= -\frac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}
\end{aligned}
\tag{3.28}
$$

したがって，$d\pi_l^1 < 0$となり，企業lは安定である．

(b) **企業が分割可能な場合**

企業lが分割可能である場合，企業lは労働投入を調整することによって最適な供給量を生産することができる．企業lが地域 1 に移転する際の利潤関数はは以下のように表される．

$$
\begin{aligned}
\pi_l^1 &= X_{lm}^1\left(L_{lm}^1\right) - w_l^1 L_{lm}^1 - K \\
&= A\left(L_{lm}^1\right)^\gamma - \left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}\right] L_{lm}^1 - K
\end{aligned}
\tag{3.29}
$$

一階条件より，最適な労働投入量は以下のようになる．

$$
\frac{\partial \pi_l^1}{\partial L_{lm}^1} = A\gamma\left(L_{lm}^1\right)^{\gamma-1} - \left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}\right] = 0
$$

$$
\Rightarrow \quad L_{lm}^1 = \frac{1}{A\gamma}\left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m{}^{\eta_m}}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}
\tag{3.30}
$$

このとき，企業lの利潤は以下のようになる．

$$\pi_l^1 = A\left(\frac{1}{A\gamma}\right)^{\gamma}\left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$-\frac{1}{A\gamma}\left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right]\left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right]^{\frac{1}{\gamma-1}}$$

$$-K$$

$$\Rightarrow \pi_l^1 = \left[A(A\gamma)^{1-\gamma}-1\right]\left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - K \qquad (3.31)$$

したがって，企業が分割可能である場合も固定費用が十分大きければ$\pi_l^1 < 0$となり，企業lは安定となる．

3.3.3 均衡解の立地に関する安定性

3.2.1 節（労働者の立地に関する安定性），3.2.2 節（企業の立地に関する安定性）の検討より，本研究で仮定した均衡解が立地に関して安定である条件は，$F_1, F_2, F_{3a}, F_{4a} > 0$（(a)企業が分割不可能な場合），$F_1, F_2, F_{3b}, F_{4b} > 0$（(b)企業が分割可能な場合）となる．ここで，$F_1, F_2, F_{3a}, F_{3b}, F_{4a}, F_{4b}$はそれぞれ以下のように表される．

$$F_1 = A\alpha\gamma\left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} - \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] - \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}} \qquad (3.32a)$$

$$F_2 = \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}} - A\gamma\left[\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \qquad (3.32b)$$

$$F_{3a} = -\eta_m A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right) + \frac{K}{1-\alpha\gamma} - \left(\frac{E(N_l^i)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right)\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{1}{\alpha\gamma}} \qquad (3.32c)$$

$$F_{3b} = -\eta_m A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)$$

$$+\left[A\alpha\gamma\left(\frac{K}{A(1-\alpha\gamma)}\right)^{\frac{\alpha\gamma-1}{\alpha\gamma}} - \frac{E\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)-E(N_h)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right]\left[\eta_m\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\left(\frac{1}{I-1}N_l\right)\right]^{\frac{1}{\alpha\gamma}} + K \qquad (3.32d)$$

$$F_{4a} = \frac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}} \tag{3.32e}$$

$$F_{4b} = -\left[A\left(A\gamma\right)^{1-\gamma} - 1\right]\left[A\gamma\left(\frac{K}{A(1-\gamma)}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} + \frac{E\left(\dfrac{1}{I-1}N_l\right) - E\left(N_h\right)}{\prod_m \eta_m^{\eta_m}}\right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} + K \tag{3.32f}$$

ここで，F_1は労働者hの安定条件，F_2は労働者lの安定条件，F_{3a}, F_{3b}は企業hの安定条件，F_{4a}, F_{4b}は企業lの安定条件をそれぞれ表す．これらがすべて正であるときのみ均衡解は安定であり，どれかが一つでも負になった場合，均衡解は崩壊する．

4. 数値シミュレーション

前章で示した，労働者および企業の立地に関する安定条件を満たすパラメータを設定し，そのパラメータの下での均衡解を計算する．そして，その均衡解の立地に関する安定性の崩壊する条件を数値シミュレーションによって確認する．

4.1 均衡解の設定

(2.1a)式における混雑外部性を表す項$E\left(N^i\right)$の関数形を，以下に示されるように線形の単調減少関数と仮定する．

$$E\left(N^i\right) = eN^i \tag{4.1}$$

ただし，e ：パラメータ$\left(e<0\right)$

本モデルにおける各パラメータの値を**表** 1 のように設定する．ただし，数値シミュレーションの簡略化のために，$\eta_1 = \eta_2 = \cdots = \eta_M$ と仮定する．また，**表** 1 に示すパラメータにおける本モデルの均衡解を**表** 2 に，また均衡解の安定性の条件を**表** 3 にそれぞれ示す．

表 1　**各パラメータの設定**

α	γ	A	K	η_m
3.0	2.0×10^{-1}	2.0	2.0	2.0×10^{-2}
e	I	M	N_h	N_l
-1.0×10^{-7}	100	50	1.0×10^{4}	1.0×10^{5}

表 2　**モデルの均衡解**

	地域 1	**地域** i		**地域** 1	**地域** i
L_{hm}^1，L_{lm}^i **各企業の労働投入量**	4.6	3.1	X_{hm}^1，X_{lm}^i **各企業の生産量**	5.0	2.5
k_{h1}^1，k_{h1}^i **財** 1 **の企業数**	8.9×10^2	2.7×10^2	x_{hm}^1，x_{lm}^i **各消費者の需要量**	1.3×10^{-2}	3.3×10^{-3}
k_{hm}^1，k_{hm}^i **財** m **の企業数**	26	1.3	V_h^1，V_l^i **各消費者の効用水準**	1.2×10^{-2}	9.9×10^{-3}
w_{hm}^1，w_{lm}^i **賃金率**	6.5×10^{-1}	1.6×10^{-1}			

表 3　**均衡解の安定性の条件**

F_1	F_2	F_{3a}	F_{3b}	F_{4a}	F_{4b}
1.1×10^{-1}	2.1×10^{-1}	1.5	9.4×10^{-2}	4.5×10^{-2}	2.1

表 3 より，$F_1, F_2, F_{3a}, F_{3b}, F_{4a}, F_{4b} > 0$ であるため，**表** 1 に示されるパラメータのもとでの**表** 2 の均衡解は，(a)企業が分割不可能な場合，(b)企業が分割可能な場合のいずれも安定である．

4.2　安定性の崩壊

前節で提示した安定な均衡解は，パラメータの変化によって不安定になる．本節では，4 つのパラメータ（労働者 h の人口 N_h，労働者 l の人口 N_l，地域の数 I，企業の固定費用 K）を変化させることによって，均衡解が不安定になる条件について考察する．

4.2.1　労働者 h の人口 N_h

労働者 h の人口 N_h の変化による均衡解の安定性条件 F_{4a}，F_1 の変化をそれぞれ**図** 1.1，**図** 1.2 に示す．

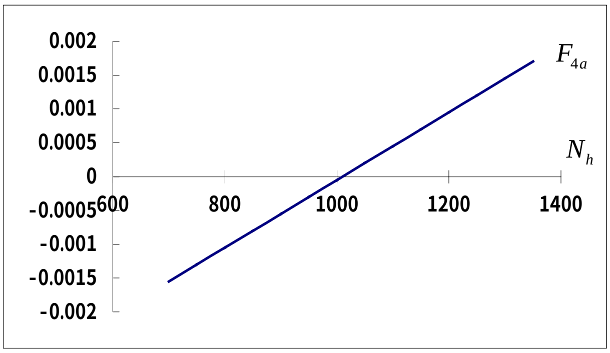

図 1.1　**安定性条件** (F_{4a}, N_h)

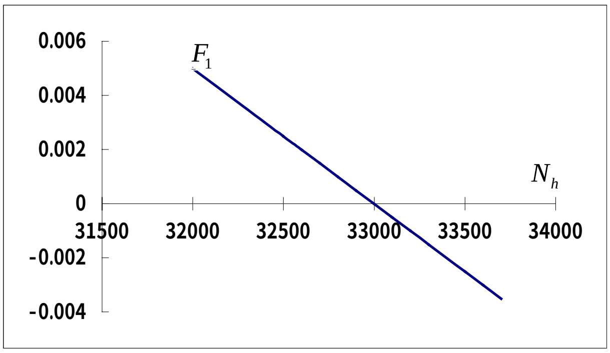

図 1.2　**安定性条件** (F_1, N_h)

図 1.1 より，N_h が十分小さくなると安定性条件 $F_{4a} > 0$ が満たされなくなり，企業 l が不安定になるため均衡解は崩壊する．これは，地域 1 における混雑外部性が地域 i における混雑外部性より小さくなるためである．一方，**図** 1.2 より，N_h が十分大きくなると安定性条件 $F_1 > 0$ が満たされなくなり，労働者 h が不安

定になるため均衡解は崩壊する．これは，地域 1 における混雑外部性が十分に大きくなり，その結果より安い賃金でも地域iへ移住するインセンティブを持つためである．なお，**図** 1.1，**図** 1.2 で示したN_hの範囲では他の安定性条件は全て満たされる．

4.2.2　**労働者lの人口N_l**

労働者lの人口N_lの変化による均衡解の安定性条件F_{3a}の変化を**図** 2 に示す．

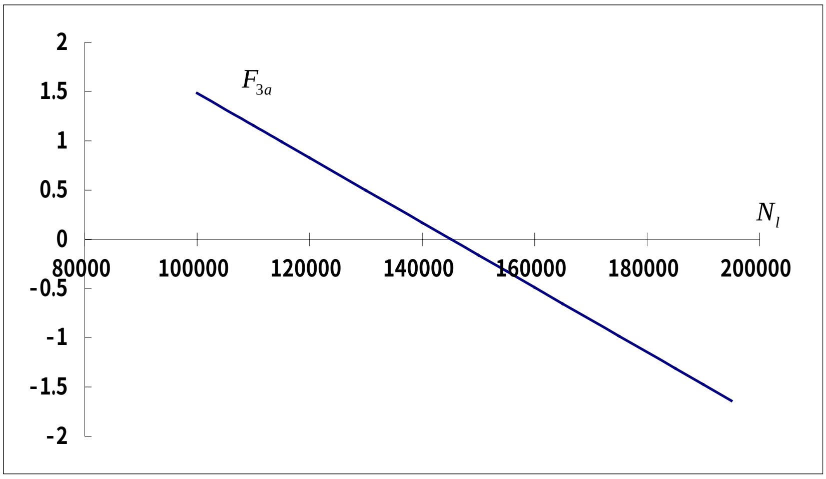

図 2　**安定性条件**(F_{3a}, N_l)

図 2 より，N_lが十分に大きくなると安定性条件$F_{3a} > 0$が満たされなくなり，企業hが不安定になるため均衡解は崩壊する．これは，地域iにおける人口増加により需要規模が増大することによって，企業hが地域iへ移転するインセンティブを持つためである．なお，**図** 2 で示したN_lの範囲では，他の安定性条件は全て満たされる．

4.2.3　**企業の固定費用K**

企業の固定費用Kの変化による均衡解の安定性条件F_{3b}の変化を**図** 3 に示す．

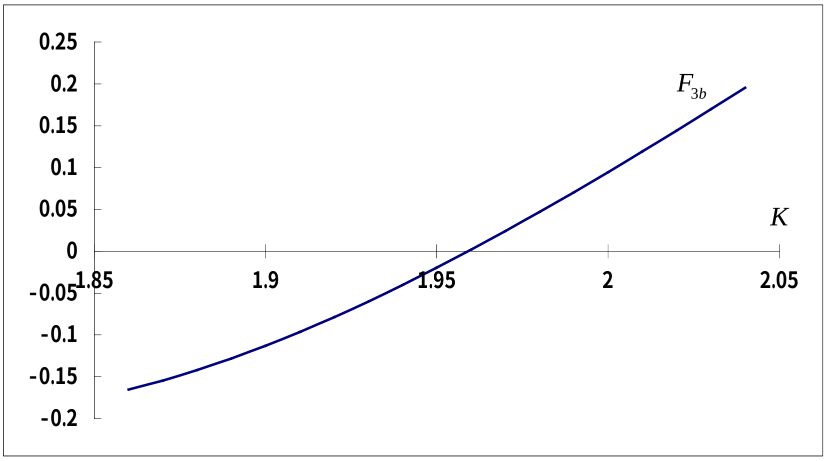

図 3　**安定性条件**(F_{3b}, K)

図 3 より，K が十分に小さくなると安定性条件 $F_{3b} > 0$ が満たされなくなり，企業 h が不安定になるため均衡解は崩壊する．これは，企業の固定費用が小さくなることによって，企業 h が需要規模の小さい地域 i に分割して（労働投入量を減らして）移転するインセンティブを持つためである．なお，**図** 3 で示した K の範囲では，他の安定性条件は全て満たされる．

4.2.4　**地域の数** I

地域の数 I の変化による均衡解の安定性条件 F_{3b} の変化を**図** 4 に示す．

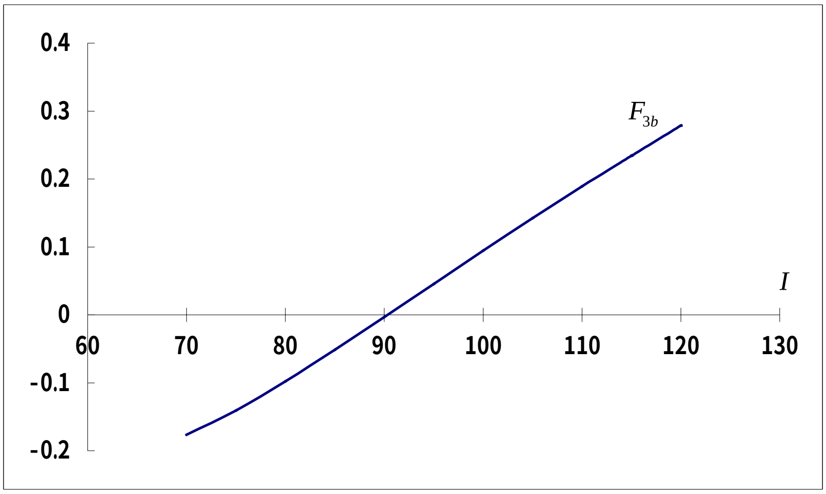

図 4　**安定性条件** (F_{3b}, I)

図 4 より，I が十分に小さくなると安定性条件 $F_{3b} > 0$ が満たされなくなり，企業 h が不安定になるため均衡解は崩壊する．これは，地域の数の減少により地域 i の需要規模が増大することによって，企業 h が地域 i へ移転するインセンティブを持つためである．なお，**図** 4 で示した I の範囲では，他の安定性条件は全て満たされる．

5.　**おわりに**

本研究は，労働者の異質性（生産能力の差異）に加えて，消費者の混雑外部性（または宅地面積と解釈可能），企業の固定費用，多数の財・地域を考慮することにより，1 つの都市に生産能力の高い労働者が集中して立地し，他の地域に生産能力の低い労働者が分散して立地するという集積パターンに対応した均衡の存在を示し，数値シミュレーションによってその安定条件を示した．

2 章において，現在までに経済集積を説明する要因としてあげられてきた不完全競争を仮定することなく，完全競争の枠組みでモデルを構築した．また消費者の混雑外部性は，**付録** A に示すように，地域の土地供給面積が固定のもとで効用関数に宅地面積を考慮したものと解釈することができる．この解釈の下では，外部性および不完全競争を全く仮定することなく，労働者の異質性のみが経済集積の要因となり得るかを分析することが可能である．その結果，労働者の異質性の仮定のみによって，1 つの都市に生産能力の高い労働者が集中して立地し，他の地域に生産能力の低い労働者が分散して立地するという経済集積パターンが成立し

得ることが本研究によって示された．

本研究においては，労働者の生産能力の差異として，生産能力の高い労働者のみ規模の経済が働くと仮定した．これは，大学卒業者等の潜在的に生産能力の高い労働者は，生産性の高い企業，すなわち生産能力の高い労働者によって構成されている企業ではその生産能力を十分に発揮することができるものの，生産性の低い企業，すなわち生産能力の低い労働者によって構成されている企業ではその生産能力を発揮することはできないことを意味する．したがって，実際経済で観察されるように，生産能力の高い労働者はより高い賃金を得るために（より高い効用水準を得るために）生産性の高い企業に就業することになる．

また, 概ね生産性の高い大企業は東京等の大都市に立地し, 生産性の低い中小企業は地方に立地している．本研究においては，地方の需要規模の小ささが大企業が大都市から地方に移転しない要因であり，大都市と地方の混雑外部性の差が中小企業が地方から大都市に移転しない要因となっている．実際，4 章の数値シミュレーションで示したように, 労働者lの人口が大きくなる，もしくは地域の数Iが小さくなることにより，結果として地域i（地方）の需要規模が大きくなれば，企業h（大企業）が地域iに移転するインセンティブが発生するために，本研究で示した安定均衡は崩壊する．

一方，本モデルは地域間の交易がないものと仮定している．これは輸送費用が十分に高い場合に対応しており，実際経済においては，建設業，銀行・証券，不動産，教育サービス等に当てはまるといえる．実際，輸送費用が十分に低い産業（医薬品，精密機械，自動車等の製造業や各産業の研究開発部門など）においては地方の生産性の低い中小企業は生産性の高い大企業に淘汰されているものの，輸送費用が十分に高い産業ならば，地方において生産性の低い中小企業が存続しているという現状に対応している．

本研究では,「労働者hのみを雇う企業（企業h）および労働者lのみを雇う企業（企業l）が存在」,「全ての企業hは地域 1 に立地し，企業lはその他の地域に立地する」という均衡をあらかじめ仮定し，その均衡が安定である条件を示した．つまり，複数均衡のうち一つの均衡についてのみ分析を行った．また，比較静学によってその均衡解が不安定になる条件についてのみ考察し，不安定均衡になった際の新たな均衡解については分析していない．したがって今後の展望として，静学モデルにおける他の安定均衡解の分析，および外生パラメータの動学的変化による安定均衡解の動学的変化の分析（安定均衡解の崩壊後の新たな安定均衡の分析）等が今後の研究課題として残されている．

付録 A　効用関数における混雑外部性の宅地面積としての解釈

消費者の効用関数を以下のように仮定する．

$$V_s^i = \max_{x_{sm}^i, h_s^i} u = \max_{x_{sm}^i} \left[\prod_m \left(x_{sm}^i \right)^{\eta_m} + E_H \left(h_s^i \right) \right] \tag{A1}$$

$$s.t. \sum_m p_m^i x_{sm}^i + r^i h_s^i = w_s^i + R_s^i \tag{A2}$$

ただし，h_s^i：宅地面積，R_s^i：地代収入

このとき，総土地供給量をH_s^iとすれば，$N_s^i h_s^i = H_s^i$となる．また，消費者は土地を平等に保有していると仮定すれば，$R^i = r^i H_s^i / N_s^i = r^i h_s^i$となる．したがって，上記の効用最大化問題は，以下のようになる．

$$V_s^i = \max_{x_{sm}^i, h_s^i} u = \max_{x_{sm}^i} \left[\prod_m \left(x_{sm}^i \right)^{\eta_m} + E_H \left(\frac{H_s^i}{N_s^i} \right) \right] \tag{A3}$$

$$s.t. \sum_m p_m^i x_{sm}^i = w_s^i \tag{A4}$$

したがって，$E_H \left(\frac{H_s^i}{N_s^i} \right) = E\left(N_s^i \right)$とおけば，(A3)式，(A4)式はそれぞれ(2.1a)式，(2.1b)式に一致する．つまり，$E\left(N_s^i \right)$は土地（宅地面積）を考慮した効果と解釈することも可能である．

付録 B　企業における労働者の追加的雇用と労働者の入替の同値性

企業hが労働者lを雇い労働者hを解雇する場合，その変化分が微小であれば以下の関係式が成立する．

$$d\pi_h = \frac{\partial \pi_h}{\partial L_h} \left(-dL_h \right) + \frac{\partial \pi_h}{\partial L_l} dL_l \tag{B1}$$

このとき，均衡解（端点解）においては，Kuhn-Tucker 条件より$\frac{\partial \pi_h}{\partial L_h} = 0$，$\frac{\partial \pi_h}{\partial L_l} < 0$となる．したがって$d\pi_h < 0$となる．同様に，企業$l$が労働者$h$を雇い労働者$l$を解雇する場合，その変化分が微小であれば以下の関係式が成立する．

$$d\pi_l = \frac{\partial \pi_l}{\partial L_h} dL_h + \frac{\partial \pi_l}{\partial L_l} \left(-dL_l \right) \tag{B2}$$

このとき，均衡解（端点解）においては，Kuhn-Tucker 条件より$\frac{\partial \pi_l}{\partial L_l} = 0$，$\frac{\partial \pi_l}{\partial L_h} < 0$となる．したがって$d\pi_l < 0$となる．以上より，労働者の追加的雇用および入替が微小であれば，これらは企業の立地に関する安定性条件においては同値となる．

参考文献

1) Michel, Ph., Perrot, A., and Thisse, J.-F. (1996). Interregional equilibrium with heterogenous labor. *Journal of Population Economics* 9, 95-114
2) Krugman, P. (1991). Increasing returns and economic geography. *Journal of Political Economy* 99, 483-499

3) Hendrikse, G. (1992). Selection of workers and firm heterogeneity. *Small Business Economics* 4, 105-111
4) Kim, S. (1991). Heterogeneity of labor markets and city size in an open spatial economy. *Regional Science and Urban Economics* 21, 109-126
5) Abdel-Rahman, H.M. and Wang, P. (1997). Social welfare and income inequality in a system of cities. *Journal of Urban Economics* 41, 462-483
6) 菊地徳芳(2000). 都市の産業構造と労働者の異質性ー2 都市モデルによる一般均衡分析ー, 応用地域学研究 5, 29-40
7) Mori, T. and Turrini, A. (2003). Skills, agglomeration and segmentation. *European Economic Review, forthcoming*
8) Fujita, M., Krugman, P., and Venables, A.J. (1999). The Spatial Economy: Cities, Regions, and International Trade. *The MIT Press*.
9) Fujita, M. and Thisse, J-F. (2002). Economics of Agglomeration: Cities, Industrial Location, and Regional Growth. *The Cambridge University Press*.